

Maple 7.0 を使用した対角化解法の手順

対角化解法における行列・行列式は、いくつか市販されているソフトウェアで計算することができる。本稿では、Maple 7.0を例に解法の手順を紹介する。

微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

の作用マトリックスAは

$$\begin{bmatrix} 1 & \Delta \\ a & 0 \end{bmatrix}$$

である。Mapleで次のコマンドを入力する。

```
> with(linalg):
```

```
Warning, the previous binding of the name GramSchmidt has been removed and it now has an assigned value
```

```
> with(LinearAlgebra):
```

この二つの入力で行列操作ができるようになる。

次に、作用マトリックスの入力とその固有値・固有ベクトルを計算する。

```
> A := <<1,a>|<d,0>>;
```

$$A := \begin{bmatrix} 1 & d \\ a & 0 \end{bmatrix}$$

```
> (v, e) := Eigenvectors(A);
```

$$v, e := \begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1+4da} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1+4da} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1+4da}}{a} & \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1+4da}}{a} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

v,eで表された二つの行列は、それぞれ固有値行列e、固有ベクトルPをあらわす。固有値は上から1行目、2行目の値をあらわしている。

ここで、固有値を λ とし、 $\Delta = 0$ 、 $n\Delta = t$ として固有値、固有ベクトルをそれぞれ定義しなおすと

```
> P:=<<1/a,1>|<0,1>>;
```

$$P := \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> eigen:=<<exp(a*t),0>|<0,0>>;
```

$$eigen := \begin{bmatrix} e^{(a t)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

となる。Pの逆行列は次のように計算される。

```
> Pinv:=inverse(P);
```

$$P_{inv} := \begin{bmatrix} a & 0 \\ -a & 1 \end{bmatrix}$$

これらを掛け合わせると

```
> Ans:=evalm(P&*eigen&*Pinv);
```

$$Ans := \begin{bmatrix} e^{(a t)} & 0 \\ e^{(a t)} & a & 0 \end{bmatrix}$$

のように計算される。最後に初期値を計算すれば、一般の方法と同様に解が得られる。